Educar, 17 (1990) 183-204

EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL TEST DE INSTRUCCIÓN «MATEMÁTICAS-58/5° E.G.B.»

Justo Arnal
Dpt. de Pedagogia i Didàctica U.A.B.

RESUMEN

El área de matemáticas suele ofrecer una tasa baja en rendimiento académico. La reforma de la enseñanza básica en España (1982) establecía unos Niveles de Referencia obligatorios. ¿Conseguiría la reforma elevar la tasa de éxito en el área de matemáticas?

La investigación realizada (cfr. ARNAL, 1988 a), permitió elaborar un instrumento objetivo de evaluación (Matemáticas-58/5° E.G.B.). Este instrumento se aplicó a una muestra representativa de 4.083 alumnos de 5° (N=92.870) residentes en Barcelona ciudad y provincia.

Los resultados indicaban que sólo un 6% alcanzaba el nivel de suficiencia establecido «a priori» en el 75% de la puntuación; que los profesores calificaban entre el 5 y 7 en más del 50%; y que existían diferencias significativas entre las medias de las variables estudiadas. Se puso de manifiesto la discrepancia entre curriculum oficial, enseñado y aprendido. El rendimiento satisfactorio se centró en los items sobre operaciones con números y medidas. Los profesores calificaron con insuficiente en matemáticas a 19.060 alumnos de 5° (20,52%); el 11% de la población no alcanzaba en septiembre el nivel de suficiencia.

Se incluyen varios aspectos relacionados con el área de matemáticas sobre los que reflexionar.

ABSTRACT

The subject of Mathematics usually offers a low rate of academic output. The Spanish reform (1982) of the primary education established certain basic

levels of obligatory reference. But, was the reform able to improve the rate of success in the subject of Mathematics?

This investigation undergone (cfr. ARNAL, 1988 a), allowed us to work out an objective instrument of evaluation (Mathematics-58/5° E.G.B.). This instrument was applied to a representative sample of 4.083 pupils in their 5th year (N=92.870) living in Barcelona and its province.

The results proved that only a 6% obtained a level of acceptance fixed beforehand in the marking; It was made clear that the teachers marked between 5 and 7 in more than the 50% of the pupils and that there existed significative differences between the arithmetic mean of the variables studied. It was clear from the results of this investigation that the contect of the class and the oficial curriculum differed. The satisfactory results were found in those items related to operations with numbers and measures. In june 19.060 students in their 5th year failed Mathematics (20,52%); the 11% of the population didn't achieve in september the level required —«suficient level»—. It's including some aspects about the Mathematics area for think about them.

La evaluación en matemática

Una opinión generalizada sobre las matemáticas es que son una materia difícil, que a los alumnos suele costarles un esfuerzo especial conseguir los objetivos establecidos en las programaciones oficiales y que no llegan al nivel de suficiencia dándose un porcenteja alto de bajo rendimiento al término de los cursos o ciclos escolares de enseñanza general básica (cfr. Dirección General de Educación Básica; 1979; VIDAL, 1984; ARNAL, 1984, 1985 a, 1985 b; Servicio de evaluación e innovación educativa del Ministerio de Educación y Ciencia, 1984, etc.). Incluso algunos hablan de general aversión. Para otros la dificultad reside en su exactitud, imposibilidad de salirse de las reglas marcadas por los propios hombres.

En una de sus publicaciones CORNELLIUS (1981:59) escribe que hay una evidencia indicativa de que las matemáticas escolares se han hecho innecesariamente dificultosa porque la enseñanza de la materia se ha realizado contrariamente a algunos principios generales del aprendizaje... Los fracasos aparecen con más claridad que los éxitos, el aprendizaje de rutina tiene más cabida que el pensamiento y solución de problemas y al conocimiento adquirido se le da más importancia que a la exploración personal y al propio desarrollo.

Según los estudios y resultados de las evaluaciones el aprendizaje de las matemáticas sigue siendo en nuestras escuelas un problema: a) porque es

el área que alcanza mayor índice de fracaso escolar en la enseñanza general básica; b) porque el profesorado de E.G.B. parece ocuparse más por la consecución de automatismos mecánicos que por el desarrollo de la lógica matemática; c) por la escasez de metodología activa y de material adecuado y conveniente que ayude a conseguir las metas propuestas; d) porque las matemáticas suelen enseñarse separadas de la vida real, de la experiencia; e) porque se olvida al impartirlas desarrollar lo que PIAGET denomina acciones y operaciones.

Una de las principales fuentes de error en el aprendizaje de las matemáticas parece debersea la dificultades en la lectura. Estudios realizados por CLEMENS (1980:1-21) con alumnos de doce años se encontró que el 38 % de los errores estaban en la lectura inadecuada y falta de comprensión. Esta dificultad se apreció en problemas que exigían una sola operación, un solo cálculo aritmético; los errores ascendieron hasta un 45 % tratándose de problemas que requieren más de una operación. Otras investigaciones (DEIRÓS, 1983; ANDRÉS, 1983) han expuesto de manifiesto la fuerte intercorrelación que existe entre matemáticas y comprensión lectora.

Otra fuente de dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se halla en que los alumnos no poseen los conocimientos previos y necesarios para la adquisición de un nuevo aprendizaje. La dificultad de los alumnos en el área de matemáticas viene potenciada por la falta de fijación de conceptos básicos. Muchas veces, los profesores centrados en la enseñanza de los conocimientos y automatismos difíciles de comprender e interiorizar pasan por alto el trabajo que requirirían estas nociones fundamentales.

Los resultados apuntan a que el área de matemáticas suele ofrecer una tasa de bajo rendimiento académico. En el marco geográfico de nuestra investigación (Barcelona, ciudad y provincia) y en el curso 82-83, el porcentaje de insuficiente en 6° de E.G.B. en el área fue del 24,72 % en la escuela pública y el 18 % en la privada según las calificaciones de los profesores. En Junio de 1984 el número de alumnos del ciclo inicial con calificación negativa en el área de matemáticas /CN fue de 5.759 (13 %) en la enseñanza estatal y 3.832 (9 %) en la privada. En ese mismo año en el ciclo medio 10.766 alumnos (24 %) de enseñanza estatal y 9.023 (19 %) privada fueron calificados con insuficiente. En el ciclo superior en la misma fecha tenían calificación negativa en el área de matemáticas /CN un 43 % de los alumnos de enseñanza estatal y un 36 % de los privados de una población evaluada de 73.491 alumnos.

La reforma de la enseñanza básica en España (1982) establecía unos Niveles Básicos de Referencia (NBR) obligatorios que cada profesor debería adaptar a las características de sus alumnos. ¿Se conseguiría el objetivo propuesto? ¿Qué contenidos de los niveles básicos de referencia habían de ser objeto de evaluación por ser fundamentales? Los criterios para estimarlos resulta-

ban heterogéneos entre los profesores y difíciles, por tanto, dependientes de la subjectividad.

Nuestra opinión es que los objetivos de los niveles básicos de referencia estaban definidos de un modo suficientemente claro para que se alcanzara la fiabilidad en la interpretación. Determinamos apoyarnos en los programas renovados como variable extensión o cantidad de contenidos obligatorios establecidos para los alumnos del ciclo medio. Esta decisión no dejó de considerar la conveniente y necesaria adaptación de los programas renovados a la realidad de cada localidad, escuela o aula, ya que se basaba: a) en la consideración de la educación básica como un nivel educativo obligatorio que debe proporcionar los conocimientos, actitudes, hábitos, y destrezas que habrán de ser comunes a todos los ciudadanos españoles; b) en ver el programa como medio que debe compensar las diferencias sociales individuales; c) considerar que los contenidos de este ciclo son fundamentales para aprendizajes posteriores; d) tener presente el tipo o modalidad de evaluación a realizar: evaluación externa.

Estimar el rendimiento escolar es fundamental dentro de la educación formal; permite determinar hasta qué punto los objetivos propuestos fueron alcanzados y al mismo tiempo corregir desviaciones en el quehacer escolar. Si nuestra investigación considera la adquisición de conocimientos al final del ciclo medio, dejando aparte la valoración de las actitudes y ajustes personal-social, no quiere decir que se deba esperar al final de un programa para comprobar que nos hemos equivocado o que los alumnos están estancados. La evaluación debe estar inserta en el propio proceso educativo de forma continua y ejercer una función de feedback sobre todo el proceso, aspecto que los profesores siguen habitualmente en su aula.

El tema de la evaluación de los rendimientos educativos y, en particular, de los resultados del proceso instructivo, o de enseñanza-aprendizaje, ha preocupado siempre en el campo pedagógico. El orientar nuestra investigación hacia la evaluación sumativa y por tanto, hacia la norma por la características del planteamiento, no quiere decir que infravaloremos la evaluación formativa, todo lo contrario. Somos partidarios de ejercitarla en el aula con frecuencia y considerar al alumno con sus circunstancias personales, armonizar las características y necesidades particulares de los sujetos y las exigencias externas. El interés de la evaluación sumativa hay que buscarlo en su finalidad ya que bien puede servir como un indicador de la calidad de la enseñanza. Nos centramos en este tipo o modelo de evaluación. A través de nuestro estudio deseábamos conocer cuál era el rendimiento académico de los alumnos al término del ciclo medio en el área de matemáticas.

Hipótesis

1.ª Sólo la mitad o menos de los alumnos evaluados consiguen los NBR (Niveles Básicos de Referencia) para el ciclo medio si se toma como criterio de suficiencia el 75 % de la puntuación del test de instrucción «Matemáticas 58/5° E.G.B.».

2.ª Los profesores califican a sus alumnos con puntuaciones de 5 a 7 en el 50 % o más de los casos al término del ciclo medio.

3.ª Las variables independientes seleccionadas no producen diferencias de medias significativas en el rendimiento académico del área de matemáticas.

Variables

El rendimiento académico es una realidad compleja en la que intervienen numerosas variables; de entre ellas seleccionamos el sexo, la localización geográfica del centro (urbano, rural, suburbial), tipo de centro escolar (estatal, religioso o laico), si el centro impartía enseñanza a chicas, chicos o era mixto, lengua en que se imparte la clase de matemáticas (castellano, catalán, bilingüe), número de aulas del centro (unitaria, incompleta y completa), años de experiencia profesional del profesor de 5° de E.G.B. (menos de 4 años, de 4 a 10 años, de 10 a 20, más de 20), metodología seguida en clase (activa, tradicional, entre ambas) y nivel socioeconómico de los alumnos (alto, medio, bajo).

Selección de la muestra

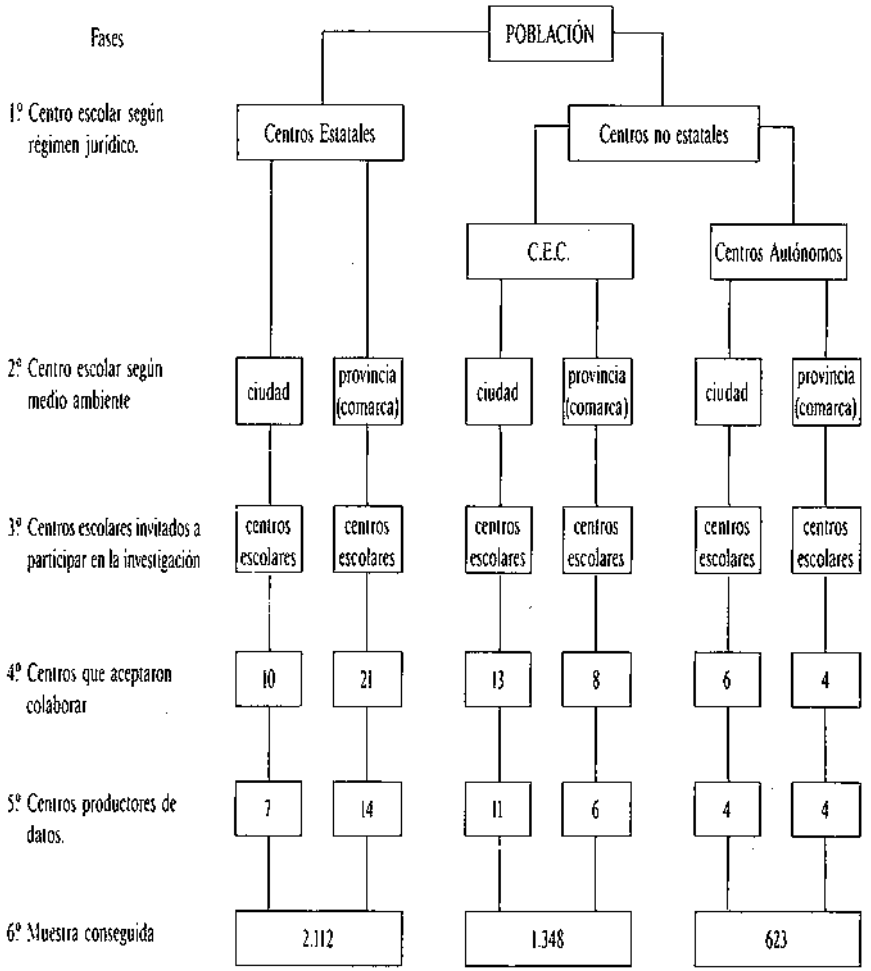
La población que terminaba 5° de E.G.B. la formaban 92.870 alumnos. A partir de ese dato nos propusimos conseguir una muestra representativa y para ello, apoyados en el criterio establecido por Fox (1981:367-369) seguimos las etapas que se especifican en el gráfico. Así determinamos el número de centros escolares necesarios cuyos alumnos serían los productores de datos. Conseguimos muestras de todos los distritos municipales de la ciudad, que son diez; y también, de todas las comarcas de la provincia que son doce.

El test de instrucción aplicado

Aplicamos el test de instrucción «Matemáticas-58/° E.G.B.». En la publicación (Arnal, 1988 a), el lector encontrará desarrollado extensamente

Distribución de la muestra conseguida por conglomerados, distritos municipales y comarcas.

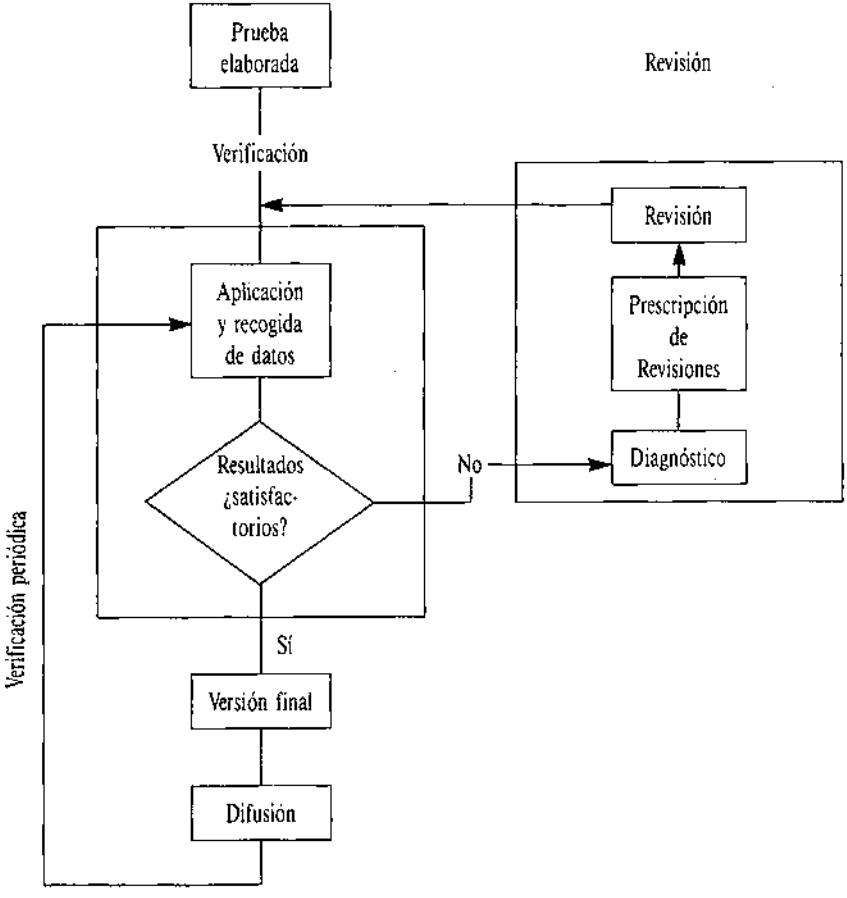
DISTRIBUCIÓN POR CONGLOMERADOS



cómo se confeccionó este test de instrucción. Las fases de la elaboración de este instrumento de medida y recogida de datos fueron:

1.ª Redacción de pruebas, por cursos, temas y objetivos.
2.ª Prueba de evaluación por cursos y bloques temáticos.
3.ª Pruebas globales de evaluación sobre el ciclo medio.
4.ª Prueba de instrucción definitiva.

El esquema seguido en la aplicación de las pruebas exploratorias hasta conseguir el test de instrucción definitivo fue el que se detalla en el gráfico:



La prueba de instrucción aplicada consta de 18 items de elección múltiple con una sola respuesta correcta. Incluye 12 items sobre conjuntos y relaciones, 23 sobre operaciones con números, 11 sobre medidas y 12 sobre geometría. Cada item vale un punto.

Fiabilidad y validez de la prueba de instrucción

Existen varias técnicas y fórmulas para determinar la fiabilidad de una prueba o test de instrucción. Para calcular este índice en nuestra investigación hemos acudido a las fórmulas de Kuder-Richardson, KR-20 y KR-21. La primera de ellas ofrece una estimación bastante buena de la fiabilidad y podemos asegurar que la prueba o test de instrucción es tan fiable, por lo menos, como encontramos al calcularla por esta técnica. También aplicamos la ecuación de Spearman-Brown, Rulon y Guttman. Los resultados fueron:

KR-20	=0,89	Rulon	=0,89
KR-21	=0,91	Guttman	=0,89
Spearman-Brown	=0,89		

Instituciones como la American Psychological Association (1954), la American Educational Research Association o el National Council on Measurements Used in Education (1966) distinguen cuatro tipos fundamentalmente de validez: de contenido, concurrente, predictiva y de construcción. La validez concurrente (predictiva) pudo comprobarse en los estudios piloto, oscilando entre 0,37 y 0,76. Fue calculada hallando la correlación de PEARSON entre las puntuaciones conseguidas en el test de instrucción y el criterio que se tomó: calificaciones dadas por los profesores al término del ciclo medio ($r=0,34$). La razón crítica 24,28 es mayor que 1,96, por tanto, la correlación hallada es estadísticamente significativa. Con muestras grandes procedentes fuera de Cataluña, la validez encontrada fue de 0,65 y 0,68 (cfr. ARNAL, 1988 a).

Resultados

Cálculo de los principales estadísticos e índices. (n=4.083 alumnos)

I	f	%	
0-5	317	8	
5-10	404	9	
10-15	608	15	
15-20	623	15	
20-25	439	11	$\bar{X}$ = 21,96
25-30	511	12	M_e = 20,67
30-35	345	8	M_o = 15,33
35-40	397	10	S = 12,32
40-45	245	6	A_{s1} = 0,5380
45-50	122	3	A_{s2} = 0,3144
50-55	66	1,6	A_{s3} = 0,3269
55-60	6	0,15	K = 0,7239
	4.083		

Para determinar la normalidad de la distribución aplicamos la prueba de Kolmogorov-Smirnov. La diferencia máxima (D. máx.) encontrada entre la distribución empírica y teórica es de 0,06. Los valores que hallamos en la tabla de Lilliefors para los niveles de confianza del 5 % y 1 % son respectivamente 1,38 y 1,61. La D. máx. observada es menor que la D. de la tabla mencionada; se admite que la muestra puede provenir por azar de la población y la diferencia hallada puede considerarse accidental y debida a la casualidad.

Correlación por bloques temáticos

	Prueba	Conjuntos	Números Naturales	Sistema Métrico	Geometría
Prueba	1,000				
Conjuntos	0,5831	1,000			
Números naturales	0,8487	0,3011	1,000		
Sistema métrico decimal	0,7946	0,2904	0,6010	1,000	
Geometría	0,6202	0,1850	0,4768	0,5029	1,000

Análisis de varianzas y comparación de medias

Las muestras que constituyen los subgrupos son independientes. A través del programa BMDP deseábamos determinar si existía diferencia en rendimiento académico al término del ciclo medio, a partir de los resultados de la aplicación del test de instrucción «Matemáticas-58/° de E.G.B.», y si eran significativas, caso de existir. El nivel de significación fijado para la aceptación o rechazo de las hipótesis es del 0,05.

Encontramos diferencias significativas entre los subgrupos de las variables estudiadas, excepto al considerar los resultados de la variable «número de aulas del centro escolar». En síntesis estos son los resultados:

sexo $\bar{X}$	chicos 22,64	chicas 21,13		F 15,36
metodología $\bar{X}$	activa 24,67	tradicional 19,71	entre ambas 22,61	F 29,38
localización $\bar{X}$	urbano 22,90	rural 17,94	suburbial 19,02	F 44,22
años de experiencia $\bar{X}$	—4 22,89	4 a 10 22,02	10 a 20 21,19	+20 F 23,4 4,95
sistema de enseñanza $\bar{X}$	chicos 26,36	chicas 30,07	mixta 21,04	F 90,56
nivel socioeconómico $\bar{X}$	alto 29,04	medio 23,09	bajo 16,34	F 203,75
lengua $\bar{X}$	castellana 22,49	catalana 17,91	bilingüe 25,27	F 69,85
centro escolar $\bar{X}$	estatal 18,37	religioso 27,52	laico 22,12	F 254,60
n.º de aulas $\bar{X}$	unitaria 24,29	incompleta 21,89	completa 21,94	F 0,527

De la comparación de medias entre distritos, entre comarcas y entre distritos y comarcas (un total de 230 comparaciones) las aquí señaladas mediante el signo X, no eran significativas.

Distritos	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
I										X
II							X			
III						X			X	
IV									X	
V							X			
VI								X	X	

Comarcas	1 B. oc.	2 M.	3 V. oc.	4 B. or.	5 B. Ll.	6 V. or.	7 A.	8 B.	9 O.	10 G.	11 Alt.	12 B.
1. Barc. occ.										X	X	X
2. Maresme						X		X				
3. Vallès oc.					X					X	X	X
4. Barc. or.										X	X	X
5. Baix Ll.										X	X	X
6. Vallès or.								X				
7. Anoia												
8. Berguedà												
9. Osona												
10. Garraf											X	X
11. Alt. Pen.												X
12. Bages												

	Comarcas											
Distritos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I			X	X	X					X	X	X
II								X				
III										X	X	
IV		X				X				X	X	
V								X				
VI		X				X				X		
VII					X	X	X					
VIII		X				X	X					
IX										X	X	
X			X	X	X					X	X	X

Análisis de items

Según las categorías establecidas para el índice de dificultad, los items quedaban distribuidos así:

	N	%	Ideal
Muy fáciles	0	0	10
Fáciles	24	41	20
Dificultad media	20	35	40
Muy difíciles	0		10

Con estos resultados la prueba de instrucción «Matemáticas-58/5° E.G.B.» se presenta como fácil: el 76% de los items se situaban en las categorías fáciles y dificultad media.

Los items 46, 51 y 56 nos sorprendieron por su nula validez. Lo revisaron expertos y profesores, se mejoró algún detalle, pero fueron considerados correctos.

ANÁLISIS DE ITEMS

(1) Índice de dificultad
(2) Índice de discriminación
(3) Índice de homogeneidad o consistencia
(4) Índice de validez

	(1)	(2)	(3)	(4)
1	0.77	0.26	0.36 F	0.170
2	0.50	0.29	0.34 DM	0.170
3	0.35	0.28	0.34 D	0.120
4	0.54	0.46	0.51 DM	0.290
5	0.49	0.31	0.36 DM	0.140
7	0.47	0.36	0.40 DM	0.230
6	0.54	0.24	0.29 DM	0.120
8	0.28	0.17	0.22 D	0.070
9	0.63	0.29	0.32 F	0.120
10	0.70	0.19	0.23 F	0.040
11	0.72	0.23	0.31 F	0.070
12	0.71	0.18	0.23 F	0.080
13	0.58	0.37	0.41 F	0.230
14	0.38	0.39	0.46 D	0.220
15	0.52	0.45	0.50 DM	0.220
16	0.80	0.16	0.22 F	0.180
17	0.79	0.24	0.36 F	0.120
18	0.73	0.26	0.35 F	0.140
19	0.84	0.29	0.52 F	0.180
20	0.54	0.57	0.63 DM	0.360
21	0.69	0.42	0.51 F	0.220
22	0.69	0.40	0.48 F	0.180
23	0.73	0.30	0.39 F	0.200
24	0.70	0.41	0.48 F	0.230
25	0.64	0.52	0.60 F	0.350
26	0.53	0.47	0.52 DM	0.220
27	0.53	0.34	0.38 DM	0.170
28	0.58	0.45	0.51 DM	0.290
29	0.68	0.51	0.60 F	0.290
30	0.62	0.57	0.64 F	0.360
31	0.42	0.40	0.46 DM	0.200
32	0.38	0.38	0.43 D	0.180
33	0.49	0.49	0.54 DM	0.220
34	0.38	0.41	0.47 D	0.170
35	0.41	0.44	0.51 DM	0.150
36	0.43	0.51	0.56 DM	0.240
37	0.41	0.44	0.54 DM	0.230

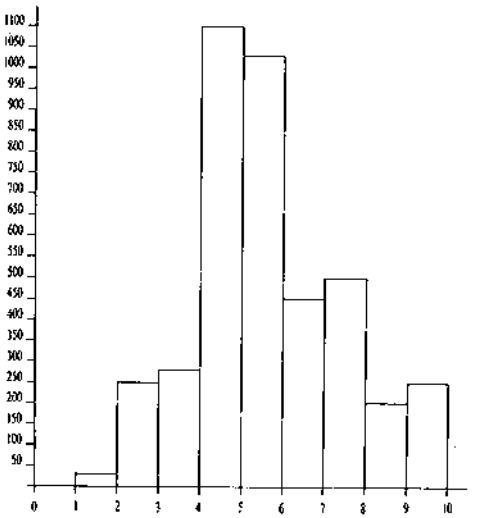
	(1)	(2)	(3)	(4)
38	0.45	0.51	0.58 DM	0.200
39	0.36	0.25	0.31 D	0.070
40	0.38	0.50	0.57 D	0.290
41	0.64	0.46	0.54 F	0.270
42	0.47	0.46	0.52 DM	0.230
43	0.29	0.25	0.35 D	0.140
44	0.63	0.49	0.60 F	0.340
45	0.35	0.27	0.35 D	0.080
46	0.17	0.06	0.14 D	0.000
47	0.43	0.45	0.54 DM	0.170
48	0.31	0.27	0.34 D	0.120
49	0.44	0.32	0.35 DM	0.080
50	0.64	0.29	0.34 F	0.070
51	0.43	0.19	0.23 DM	0.000
52	0.33	0.26	0.34 D	0.050
53	0.63	0.46	0.52 F	0.170
54	0.62	0.36	0.41 F	0.120
55	0.33	0.30	0.39 D	0.070
56	0.26	0.18	0.24 D	0.000
57	0.67	0.31	0.36 F	0.080
58	0.64	0.33	0.38 F	0.170

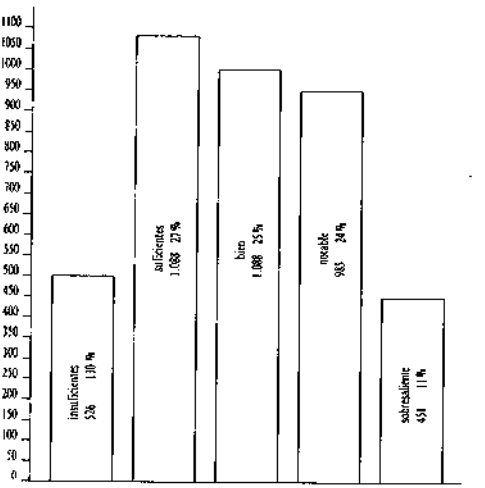
Calificaciones dadas por los profesores a los alumnos de la muestra al finalizar el ciclo medio en el área de matemáticas.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
0 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6 0	0	5	55	75	178	67	23	28	3	3	437
12	0	3	44	70	219	136	33	65	13	9	592
18	1	6	62	56	227	198	54	98	24	41	767
24	0	2	33	29	139	186	59	98	15	33	594
30	0	2	23	23	136	164	86	93	36	52	615
36	0	0	12	11	78	130	79	53	36	45	444
42	0	0	8	2	83	112	75	41	36	31	388
48	0	0	2	1	19	33	57	16	26	18	172
54	0	0	1	0	8	7	13	14	22	6	71
60	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	3
Totales	1	28	240	267	1.088	1.033	479	506	212	230	4.083

$\overline{X} = 6{,}13$
$S = 1{,}74$

Los resultados detallados anteriormente, expresados de forma gráfica, quedarían así:





Calificaciones finales cualitativas de los alumnos al término del ciclo medio según los profesores.

Validación de las hipótesis formuladas

1ª El 75 % de la puntuación del test de instrucción aplicado es 43,50. Sólo consiguen esa puntuación o mayor 246 alumnos, resultado que supone el 6,02 % del total de la muestra. Aceptamos, pues, la hipótesis formulada.

2.ª Fueron calificados por los profesores con notas entre 5 y 7 (suficiente y bien) 2.121 alumnos. Este dato supone el 51,94% del total. Aceptamos la hipótesis formulada.

3.ª Se rechazan once de las doce subhipótesis nulas formuladas a partir de la tercera hipótesis, al considerar cada una de las variables independientes. En todas las variables seleccionadas encontramos diferencias significativas al 0,05, excepto en aquella que mantiene que no existen diferencias significativas con respecto al rendimiento académico en matemáticas que puedan ser atribuidas al número de aulas del centro escolar.

Aspectos sobre los que reflexionar

1. Sobre el bajo rendimiento académico

La media aritmética obtenida con el total de la muestra es de 21,96. En las medias alcanzas por los grupos de alumnos que formaban las variables del estudio en la aplicación final del test de instrucción, encontramos valores de 16,34, 17,94, 19,02. Sólo cinco estudios de entre veintinueve realizados a partir de las variables de la investigación, superan los 25 puntos, siendo la máxima 30,07. En los restantes estudios se obtuvieron medias entre 21,04 y 24,67. Por su interés detallamos las medias de algunos grupos muestrales: comarcas 19,38, distritos municipales 24,60, enseñanza estatal 18,37, privada religiosos 27,52, privada laicos (autónomos) 22,12, chicos 22,65 y chicas 21,13.

Por bloques y temas el tanto por ciento de mayor éxito se centra en el bloque temático 2: conjuntos numéricos, tema 2.1. números naturales (operaciones básicas). En concreto, suma 81,80%, potencias 73,62%, multiplicación 69,62% y división 67,39%. Estos resultados concuerdan con los hallados en estudios realizados en 1983 y 1984 en Barcelona y con los llevados a cabo con muestras tomadas fuera de Cataluña. La tasa de éxito en rendimiento académico en el bloque temático 3: Medidas, se sitúa en el 43,36% y la del bloque temático 4: Topología y Geometría en el 44%.

2. Rendimiento académico según las variables consideradas

El rendimiento académico mayor en cada una de las variables consideradas era el siguiente según:

a) la localización del centro escolar: los centros urbanos con una media de 22,90;

b) el tipo de centro escolar: los religiosos con media de 27,52;

c) el nivel socioeconómico: alto con media igual a 29,04;

d) el sistema de enseñanza impartido: los centros de chicas con unamedia de 30,07;

e) la lengua en que el profesor imparte la clase de matemáticas: bilingüe con media igual a 25,27;

f) el número de aulas del centro escolar: escuela unitaria con una media de 24,29;

g) los años de experiencia docente con que cuenta el profesor: con más de veinte años, los alumnos consiguen una media de 23,40;

h) la metodología seguida en clase de matemáticas habitualmente: enseñanza activa con una media de 24,67;

i) el sexo: los chicos con una media de 22,74.

El rendimiento académico menor se sitúa en los grupos formados por las variables medio rural ($\overline{X}=17,94$); estatal ($\overline{X}=18,37$); nivel socioeconómico bajo ($\overline{X}=16,34$) y enseñanza en catalán ($\overline{X}=17,91$).

Por distritos municipales el número II consigue la media más alta (31 puntos), seguido del VII con $\overline{X}=29,59$ y el V con $\overline{X}=28,67$ puntos. La media de rendimiento más baja se sitúa en los distritos municipales I y X con 18,20 puntos. Las medias obtenidas en las comarcas son bajas en general; el mayor rendimiento en el área de matemáticas se consigue en Berguedá ($\overline{X}=28,33$), seguida del Vallés Oriental ($\overline{X}=26,27$) y Maresme ($\overline{X}=25,93$). La media más baja se da en la comarca de Osona.

De los resultados obtenidos en 468 subgrupos muestrales se desprende que el rendimiento académico mayor pertenece al subgrupo formado por enseñanza impartida sólo a chicas en la comarca del Vallés Oriental ($\overline{X}=40,41$).

Al estudiar la influencia del sexo entre los diferentes factores que pueden influir en el bajo rendimiento académico, resulta que tomados todos los alumnos en conjunto hay diferencias significativas al 5 % entre los resultados de los chicos y chicas a favor de los primeros. Sin embargo, distinguiendo alumnas/os que reciben enseñanza mixta y enseñanza separada, los resultados son distintos en favor de los subgrupos muestrales en los que está el conjunto de alumnas que reciben enseñanza separada; en concreto, las chicas consiguen medias más altas que los chicos en siete subgrupos frente a uno que lo hacen los niños. Este mayor rendimiento académico de las chicas ha sido comprobado por Cañas (1986) en los primeros años de E.G.B. y por la Inner London Education Authority entre otros.

Los rendimientos académicos mínimos encontrados son bajos para un nivel obligatorio como es el ciclo medio. La media más baja corresponde a los subgrupos muestrales rural-Alt Penedés y escuela incompleta-Alt Penedés ($\overline{X}=7,55$). En los subgrupos de las comarcas Alt Penedés, Anoia, Ga-

rraf y en el distrito municipal I se sitúan buena parte de las medias más bajas. Pensamos que en estas comarcas y distrito municipal deberían realizarse otros estudios para confirmar o rechazar estos resultados.

Si nos atenemos al criterio (LANDSHEERE, 1982) de considerar conocida una materia cuando se responde correctamente por lo menos al 70 % de las preguntas de una prueba, en nuestra investigación esta exigencia supone conseguir 41 puntos o más. Sólo 439 alumnos (10,75 % se sitúan en ese nivel. La investigación pone de manifiesto el bajo rendimiento que los alumnos poseen en el área de matemáticas.

La discrepancia entre el currículo deseado y aprendido parece ser un hecho en el área de matemáticas. De nuestra investigación deducimos que en la práctica existe separación y pérdida entre currículo redactado a nivel oficial, currículo enseñado y currículo aprendido. En otras palabras, el profesor enseña una parte de los N.B.R. y los alumnos aprenden parte de lo que el profesor enseña.

3. Acerca de las calificaciones de los profesores

Según los profesores de la muestra en la que se realizó la aplicación del test de instrucción, quedaban un 13,12 % sin conseguir el nivel de suficiencia en el área de matemáticas. Este dato contrasta con el de la población evaluada por los mismos profesores que llegaban al 20,52 % (calificaciones de junio).

La distribución de las calificaciones dadas por los profesores resultó asimétrica negativa. Un 52 % de los alumnos de la muestra fueron calificados con suficiente y bien. Este hecho confirma la segunda hipótesis expuesta en nuestra investigación. En dos estudios semejantes realizados a partir del mismo instrumento de evaluación, con muestras tomadas fuera de Cataluña ($n=1.662$ y $n=605$) la hipótesis no se cumplía en el primero (39,29 %) y sí en el segundo (50 %). Los resultados nos llevan a concluir que se da suficiente discriminación en las calificaciones de los profesores.

4. Calidad de enseñanza y profesorado

La preparación del profesorado debería ser una constante dentro del sistema educativo, preocupación para las instituciones y personas responsables de algunos organismos si se quiere elevar la calidad de la enseñanza. Dentro del impulso y potenciación de actividades de información y formación de los profesors encaminadas a la renovación pedagógica en el área de matemáticas subrayamos el interés de:

a) Fomentar el intercambio de experiencias escolares realizadas individualmente o por equipos de profesores del ciclo medio a través de centros de formación.

b) Atender de manera especial las experiencias que se orientan hacia la organización flexible de alumnos y profesores del ciclo medio.

c) Potenciar grupos de trabajo para analizar, criticar e investigar el trabajo en el aula, recayendo la coordinación en un profesor cualificado y con experiencia en el área. El trabajo colectivo de programación, preparación y revisión de las clases puede conducir a un mayor rendimiento académico en el área de matemáticas.

d) Evaluar y poner en práctica programaciones cortas experimentadas donde se especifique la metodología, criterios de evaluación, material, actividades y métodos para que los alumnos puedan desarrollar actividades diferentes según el nivel de cada uno.

5. Concretar lo fundamental para todos los alumnos

En nuestra investigación hemos comprobado que la mayoría de los profesores del ciclo manifestaba la conveniencia de que se hiciese una reformulación de los programas y coincidían en que el fracaso escolar en el área habría que buscarlo en cuestiones de tipo estructural más que en los contenidos y en su mayor o menor extensión. Sobre estos aspectos hicimos una propuesta que el lector puede consultar (ARNAL, 1988 a).

Habría que ir hacia la concreción de un currículo mínimo, dejando libertad al profesor para enriquecerlo, de acuerdo con las condiciones que se den en cada caso concreto. En esta búsqueda de lo fundamental sería deseabe que se elaborase un documento que recogiera las metas mínimas de la educación matemática con la finalidad de asegurar a todos los ciudadanos el necesario dominio de conocimientos, habilidades y, en lo posible, de la efectividad para su autonomía e integración en la sociedad y conseguir una mejora cualitativa de la enseñanza.

BIBLIOGRAFÍA

ARNAL, J. *Test de instrucción «Matemáticas-58/5° EGB.* Barcelona: P.P.U. 1989.

ARNAL, J. *Elaboración y validación de un test de instrucción.* Valencia: Promolibro (vol. I y II). 1988a.

ARNAL, J. y otro. «Rendimiento académico en matemáticas al término del ciclo medio», *III Jornades de Recerca Educativa*, ICE de la UAB, (En prensa). Resumen en *Comunicaciones*, pág. 26. 1988b.

ARNAL, J. y otro. «Academic ontput in mathematics at the end of the «EGB» unidd-le term in Barcelona», *A.T.E.E. 13ª Conferència*, Barcelona 4 al 9 de septiembre, *Resums/Abstracts*, pág. 19. 1988c.

ARNAL, J. *Matemáticas. Items de evaluación*. Barcelona: P.P.U. (3°, 4° y 5° EGB). 1988d.

ARNAL, J. y otro. *Estudio de los resultados cuantitativos de una evaluación*. Barcelona: P.P.U. 1987.

ARNAL, J. «Rendimiento académico en el área de matemáticas al término del ciclo medio de EGB», *Revista Investigación Educativa*, vol. 3, núm. 6 pp. 339- 345. 1985a.

ARNAL, J. «Resultados sobre la reforma del ciclo medio. Area de matemáticas», *III Jornadas de estudio sobre la investigación en la escuela. Comunicaciones y Ponencias*. pp. 139-142. 1985b.

ARNAL, J. «NBR del área de matemáticas del ciclo medio en Barcelona ciudad y provincia», *II Jornadas de estudio sobre la investigación en la escuela. Comunicaciones y Ponencias*. pp. 148-151. 1984.

ARNAL, J. y otro. *Conceptos básicos de matemáticas*. Barcelona: Fontalba. 1984.

ARNAL, J. y otro. *Fundamentos de estadística*. Barcelona: Daimon. 1981.

ARNAL, J. y otros. *Matemáticas con diapositivas para el tercer curso de enseñanza elemental*. Barcelona: Ancora. 1970.

ARNAL, J. y otros. *Matemáticas con diapositivas para el cuarto curso de enseñanza elemental*. Barcelona: Ancora. 1970.

ARRIBAS, C. y otros. *El ciclo medio en la EGB*. Madrid: Santillana. 1982.

BEGGS, S.L. y otro. *Evaluación del proceso educativo*. Madrid: Tea. 1979.

BLOOMS, B.S. y otros. *Evaluación del aprendizaje*. Buenos Aires: Troquel. 1975.

Boletín Oficial del Estado de 15 de abril de 1982. (Real Decreto 710/1982, de 12 de febrero, por el que se fijan las enseñanzas mínimas para el ciclo medio de la Enseñanza General Básica).

Boletín Oficial del Estado de 24 de mayo de 1982 por la que se regulan las enseñanzas del ciclo medio de Educación General Básica.

Boletín Oficial del Estado de 31 de julio de 1982 (Real Decreto de 1765/1982, de 24 de julio sobre horario de enseñanzas mínimas del Ciclo Medio de la Educación General Básica). Señala el tiempo mínimo dedicado a la enseñanza de cada materia. Matemáticas 4 horas semanales.

Boletín Oficial del Estado de 14 de octubre de 1982. (Resolución de 19 de septiembre de 1982, de la Dirección General de Educación Básica, por la que se regula la evaluación de los alumnos del ciclo medio).

CARDOUNELL, F. *Medida y evaluación del trabajo escolar*. México: Fernández. 1962.

CLEMENS, M.A. «Analysis Children's Errors on Written Mathematical, Tasks», *Educational Studies in Mathematics*, 11, 1-21. 1980.

COOK, T.D.; RICHARDT, CH.S. *Qualitative and quantitative Methods in Evaluation Research.* London: Sage (ed. en castellano Morata, 86). 1979.

CORNELLIUS, M. *Teaching Mathematics.* London: Croom Helin. 1981.

DE LANDSEERE, D. *Evaluation continue et examen. Precis de docimologie.* Bruselas: labor. 1974.

DE LANDSEERE, G. *La investigación experimental en educación.* París: Unesco. 1982.

FOX, D. *El proceso de investigación en educación.* Pamplona: Eunsa. 1981.

GARCIA HOZ, V. «Refuerzo de la enseñanza matemáticas», *Boletín de Información y Orientación Pedagógica*, núm. 26, 3-24. 1984.

GARCIA HOZ, V. «*Ponderación de objetivos y organización de programas docentes* (Un ejemplo de la enseñanza matemáticas)». Bordón, 259, 537-555. 1985.

GARCIA HOZ, V. y otro. *La investigación del profesor en el aula.* Madrid: Escuela Española. 1984.

GARCIA HOZ, V. «*Pedagogía Diferencial y Pedagogía General. El principio de complementariedad en los métodos de investigación*», Bordón, vol. 40, núm. 4, pp. 631-638. 1988.

GARRET, H.E. *Estadística en psicología y educación.* Buenos Aires: Paidós. 1979.

GENERALITAT DE CATALUNYA. Departament d'Ensenyament: Orientacions i programas bàsics del cicle mitjà d'EGB. *Full d'Informació a les escoles, especial*, núm. 19. 1982.

GENERALITAT DE CATALUNYA. Departament d'Ensenyament: Cicle Mitjà. *Full d'Informació a les escoles.* Extraordinari núm. 22. 1982.

GENERALITAT DE CATALUNYA. Departament d'Ensenyament. *Orientacions i programes. Cicle mitjà d'educació General.* 1983.

GONZÁLEZ, A. «*La evaluación y el ciclo medio*», Bordón, núm. 242-242, 221-246. 1982.

GRONLUND, N.E. *Medición y evaluación en la enseñanza.* México: Pax. 1973.

KEEVES, J. *Forty-ninth anual report, 1978-79.* Australian Council for Educational Research. Hawthorn, Vic. 1979.

LAFOURCADE, P.D. *Evaluación de los Aprendizajes.* Madrid: Cincel. 1972.

MAGER, R.F. *Formulación operativa de los objetivos didácticos.* Madrid: Marova-Fax. 1973.

MAGNUSSON, A. *Teoría de los tests.* México: Trillas. 1977.

MARELIM, H. *Los tests en la educación.* Pamplona: Eunsa. 1983.

MARIN IBAÑEZ, R. «Las pruebas objetivas», *Revista de Ciencias de la Educación*, núm. 66-67, 197. 1971.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA. *La enseñanza de la matemática a debate.* Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. 1985.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA. *Evaluación de las enseñanzas mínimas del ciclo medio de EGB. Pruebas e instrucciones de aplicación y corrección. M.E.C. y Comunidades Autónomas con competencias plenas en materia educativa.* Madrid: Dirección General de Educación General Básica. 1985.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA. *Resultados de la evaluación de alumnos en EGB, BUP-COU y FP.* Servicio Central de Inspección Técnica de Educación. Madrid, 1988.

PHI DELTA KAPIA, NATIONAL STUDY COMMUNITTE ON EVALUATION. *Educational evaluation and decision making.* Itasca III, Peacock. 1971.

RIST, R.C. *On the relations among educational research paradigms: from disdain to detente.* Washington: National Institute of Education. 1977.

RAMOS, A. «Evaluación de la matemáticas en EGB», en *Cuestiones de Didáctica.* Barcelona: CEAC. 1988

RODRÍGUEZ, A. *Fundamento y estructura de la evaluación educativa.* Madrid: Anaya. 1978.

RODRÍGUEZ DIEGUEZ, J.L. *Didáctica General.* Madrid: Cincel. 1980.

ROSALES, C. *Criterios para una evaluación formativa.* Madrid: Narcea. 1981.

SAWING, E.I. *Técnicas básicas de evaluación.* Madrid: Magisterio Español. 1971.

SOLER, E. «El ciclo medio de la Educación General Básica» *La escuela en acción.* Enero, 4-7. 1982.

TENBRINK, T.D. *Evaluación. Guía práctica para profesores.* Madrid: Narcea. 1981.

THYNE, J.M. *Principios y técnicas de examen.* Salamanca: Anaya. 1978.

WEISS, C.H. *Investigación evaluativa* (Métodos para determinar la eficiencia de los programas de acción). México: Trillas. 1975.

WELKOWITZ, J. y otros. *Estadística aplicada a las ciencias de la educación.* Madrid: Santillana. 1981.

WILSON, J.A.R. y otros. *Fundamentos psicológicos del aprendizaje y la enseñanza.* Madrid: Anaya. 1978.